Olimpiadas Básicas de Matemáticas en Guanajuato

Cuarto Selectivo | 22 de febrero del 2025

Sexto de primaria y primero de secundaria.

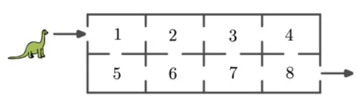
Instrucciones:

- Tienes dos horas para resolver este examen.
- Para cada problema de la parte A, escribe la respuesta que consideres correcta sobre la línea correspondiente de la hoja de respuestas. Sólo se tomará en cuenta lo que se coloque sobre esta línea. Para la parte B escribe la justificación que consideres correcta en el recuadro correspondiente de la hoja de respuestas. Sólo se tomará en cuenta lo que se coloque sobre este recuadro.Te puedes quedar con la hoja de enunciados.
- Puedes utilizar lápiz o pluma, borrador y, si tú prefieres, juego de geometría. No está permitido el uso de calculadoras, apuntes, tablas, cualquier dispositivo electrónico, ni consultar a otras personas.
- Los resultados se publicarán el 1 de marzo de 2025 en la página https://olimpiadasbasicas.cimat.mx/

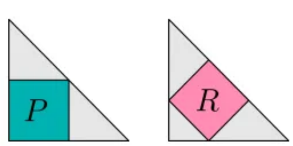
Parte A

Cada problema vale 5 puntos y sólo tomaremos en cuenta la respuesta.

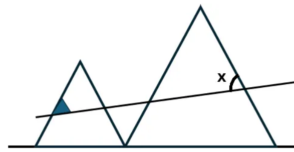
1. Cuando Dino camina por los cuartos, va sumando los números que encuentra. Si sólo puede pasar por cada cuarto a lo más una vez, ¿cuál es la máxima suma que puede obtener?



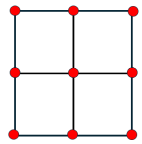
2. Germán tiene escrita la siguiente expresión: $1-2+3-4+5-6+7-8+9-10+11-12$. Germán quiere cambiar exactamente un signo $+$ ó $-$ por un símbolo $=$ de tal manera que el resultado de ambos lados del símbolo $=$ sean, en efecto, iguales. Si son iguales a un valor k ¿Qué valores puede tomar k?
3. En una cuadrícula de $m \times n$ con $m, n \geq 3$, el número de cuadritos que tienen exactamente 3 cuadritos vecinos es igual al número de cuadritos que tienen exactamente 4 cuadritos vecinos. ¿Cuántos cuadritos tiene la cuadrícula? (Nota: Decimos que dos cuadritos de la cuadrícula son vecinos cuando comparten un lado.)
4. ¿Cuántas palabras de cinco letras se pueden escribir utilizando únicamente las letras A y/o B de tal manera que en dichas palabras se encuentren todas las sucesiones AA, BB, AB y BA?
5. Dos triángulos isósceles congruentes tienen un cuadrado inscrito, como se ve en el diagrama. El cuadrado marcado con P tiene área 45. ¿Cuál es el área del cuadrado marcado con R?



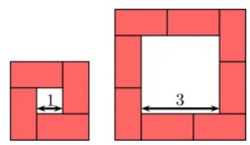
6. En un encuentro de basquetbol del equipo A contra el equipo B, el auditorio tiene asientos acomodados en un arreglo rectangular. En cada una de las filas se encuentran sentados 11 espectadores que apoyan al equipo A. En cada columna hay 14 espectadores que le van al equipo B. Quedaron vacíos 17 asientos. ¿Cuál es la mayor cantidad de asientos que puede tener el auditorio?
7. En la siguiente figura se tienen dos triángulo equiláteros y una línea recta que los atraviesa. Si la medida del ángulo sombreado es 48 ¿Cuál es la medida del ángulo marcado con x?



8. En la figura se tiene un cuadrado de 2×2 formado con cerillos. ¿De cuántas maneras se pueden elegir cuatro de ellos de tal manera que ningún par de ellos se toquen entre sí?



9. Con fichas de $2\ cm \times 1\ cm$ se forman 2 marcos alrededor de cuadrados como se muestra en los siguientes ejemplos. Los cuadrados internos miden $1\ cm \times 1\ cm$ y $3\ cm \times 3\ cm$, respectivamente. ¿Cuántas fichas se necesitan para rodear un cuadrado de $19\ cm \times 19\ cm$?



10. En México, usualmente cada hijo lleva como primer apellido el primer apellido de su padre y como segundo apellido el primer apellido de la madre. Una familia, cuyo apellido es Cimat, tiene una peculiar propiedad mágica: Todos los que llevan el apellido Cimat (ya sea como primero o segundo apellido) tienen un hijo y dos hijas. Alfredo Cimat es el patriarca de la familia. ¿Cuántos hijos de los nietos de Alfredo llevan el apellido Cimat?

11. Se está estudiando una nueva población de bacterias llamadas bichitos. El primer día hay 63 bichitos. Si en algún día hay menos de 100 bichitos entonces al día siguiente aparecen 14 bichitos más, pero si hay 100 ó más bichitos entonces solo aparece una tercera parte de los bichitos. ¿Cuántos bichitos hay en el día 2025?

12. Determina el menor valor de k tal que la suma de los primeros k números impares sea igual a la suma de los primeros n números naturales, para algún natural n.

Parte B

Cada problema vale 20 puntos y daremos puntos por avances en la solución. Coloca los avances de solución en los recuadros correspondientes.

13. Tienes 5 pelotas azules, 4 verdes y 3 amarillas. ¿De cuantas maneras puede ordenar 4 de ellas en una fila? Por ejemplo, en la configuración amarillo, amarillo, azul, azul si intercambias las pelotas amarillas sigue siendo la misma configuración pero si intercambias amarilla y azul es una nueva.

14. Un número de tres dígitos $A7B$ (con un 7 en el dígito de las decenas) es *luminoso* si es múltiplo de 2 y si podemos reordenar sus dígitos de manera que quede un número distinto de tres dígitos múltiplo de 5. Por ejemplo una reordenación sería $7BA$ ¿Cuántos números *luminosos* hay?

15. En la figura, ABC es un triángulo de área 100. El punto D está en la prolongación de la línea BC de tal manera que $BC = 5CD$. El punto E está en la línea AC, y F es un punto tal que $CDFE$ es un paralelogramo. Calcula el valor del área sombreada.